

# Метод расчета пограничного слоя в осредненном потоке

**А.В. Поташев** (Казанское высшее военное командное училище),  
**Е.В. Поташева** (ЗАО «НИИтурбокомпрессор им. В.Б. Шнеппа»)

При расчете течений в рабочих колесах компрессоров используется подход, основанный на сведении исходного трехмерного течения к двум двумерным: осредненному осесимметричному течению и течению на осесимметричных поверхностях тока. В настоящей работе предложен приближенный метод учета вязкости потока на ограничивающих осесимметричных поверхностях проточных частей, состоящих из лопаточных и безлопаточных элементов.

**Ключевые слова:** проточная часть турбомашин, лопаточные и безлопаточные элементы, осредненный осесимметричный поток, пограничный слой, полное давление, потери полного давления.

**The method of calculating the boundary layer in the averaged axisymmetric flow**

**A.V. Potashev, E.V. Potasheva**

In flow calculating in the compressor impellers used an approach based on reducing the original three-dimensional flow to the two two-dimensional: the averaged axisymmetric flow and the flow on axisymmetric stream surfaces. In this paper we propose an approximate method for viscosity account in the flow on air-gas channel bounding axisymmetric surfaces, consisting of vane and vaneless elements.

**Keywords:** turbomachinery flow, vane and vaneless elements, averaged axisymmetric flow, boundary layer, total pressure, total pressure loss.

При расчете течений в рабочих колесах компрессоров используется подход, основанный на сведении исходного трехмерного течения к двум двумерным: осредненному осесимметричному течению и течению на осесимметричных поверхностях тока (например, [1, 2]).

В «ЗАО НИИтурбокомпрессор им. В.Б. Шнеппа» разработан ряд методик и программ, позволяющих рассчитывать указанные течения [3, 4]. К ним, в частности, относится программа, предназначенная для совместного решения двух двумерных задач с учетом

их взаимовлияния друг на друга. При разработке этой программы была учтена переменность стеснения потока на лопаточном участке, а также сжимаемость газового потока. Однако предполагалось, что рассчитываются параметры и характер течения идеального потока жидкости или газа. Соответственно расчет потерь осуществлялся без учета влияния пограничного слоя на внешний поток.

В данной работе предложен приближенный метод учета вязкости потока на ограничивающих осесимметричных поверхностях проточных частей, состоящих из лопаточных и безлопаточных элементов.

## Метод расчета пограничного слоя в осредненном осесимметричном потоке

В случае пространственного пограничного слоя на осесимметричной поверхности уравнения пограничного слоя имеют вид [5]

$$\begin{cases} u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + v \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}; \\ u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + v \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}; \\ \frac{\partial (ru)}{\partial x} + \frac{\partial (rv)}{\partial y} + \frac{\partial (rw)}{\partial z} = 0, \end{cases} \quad (1)$$

где  $\rho$  – плотность;  $p$  – давление;  $v$  – кинематическая вязкость.

Система координат  $(x, y, z)$  и компоненты вектора скорости  $(u, v, w)$  связаны с осесимметричной поверхностью (рис. 1):

$$\begin{aligned} x &= s_m, y = n_m = s_2, z = s_u = r\varphi, \\ u &= c_m, w = c_u, v = c_2. \end{aligned}$$

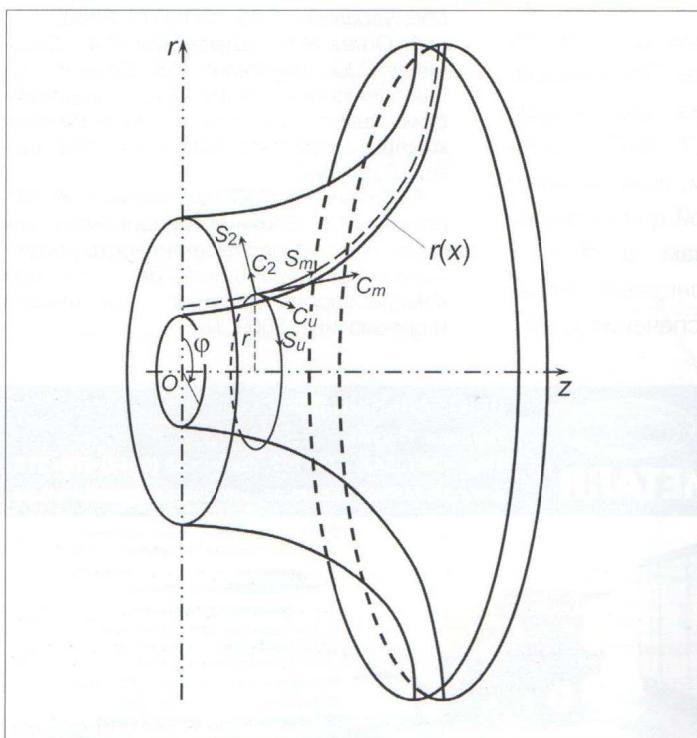


Рис. 1. Система координат на осесимметричной поверхности тока для расчета пограничного слоя



«Приближенность» метода состоит в том, что уравнения (1) на ограничивающих поверхностях (основной и покрывающей диски) записываются для осесимметричного потока. В этом случае производные в окружном направлении равны нулю  $\left(\frac{\partial}{\partial \zeta} = \frac{\partial}{\partial \varphi} = 0\right)$ , поэтому уравнения (1) принимают вид

$$\begin{cases} u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + v \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}; \\ u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} = v \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}; \\ \frac{\partial(ru)}{\partial x} + \frac{\partial(rv)}{\partial y} = 0. \end{cases} \quad (2)$$

Если вместо координаты  $x$  выбрать дуговую абсциссу  $\tilde{x} = s_1$  линии тока относительного потока, то уравнения (2) можно преобразовать к виду

$$\begin{cases} \tilde{u} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \tilde{x}} + v \frac{\partial \tilde{u}}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial \tilde{x}} + v \frac{\partial^2 \tilde{u}}{\partial y^2}; \\ \tilde{u} \frac{\partial \tilde{w}}{\partial \tilde{x}} + v \frac{\partial \tilde{w}}{\partial y} = v \frac{\partial^2 \tilde{w}}{\partial y^2}; \\ \frac{\partial(r\tilde{u})}{\partial \tilde{x}} + \frac{\partial(rv)}{\partial y} = 0, \end{cases} \quad (3)$$

где  $\tilde{u}$ ,  $\tilde{w}$  – составляющая скорости, соответственно параллельная и перпендикулярная линии тока внешнего потока.

Границные условия для уравнений:

$$\begin{aligned} \tilde{u} &= v = \tilde{w} = 0 \text{ при } y = 0; \\ \tilde{u} &= U(\tilde{x}), \tilde{w} = 0 \text{ при } y = \infty, \end{aligned} \quad (4)$$

где  $U(\tilde{x}) = \sqrt{c_m^2 + c_u^2}$  – распределение скорости на неподвижных поверхностях;  $U(\tilde{x}) = \sqrt{c_m^2 + (c_u - \omega r)^2}$  – тоже на поверхностях, врачающихся с угловой скоростью  $\omega$ .

Для дальнейшего решения задачи используем предположение [1], что при дозвуковых скоростях течения во внешнем потоке сжимаемостью газа внутри пограничного слоя можно пренебречь. Тогда, если записать интеграл Бернуlli в виде

$$\frac{U^2}{2} + \frac{p}{\rho} = \text{const},$$

то из уравнения (3) получим

$$\begin{cases} \tilde{u} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \tilde{x}} + v \frac{\partial \tilde{u}}{\partial y} = U \frac{dU}{d\tilde{x}} + v \frac{\partial^2 \tilde{u}}{\partial y^2}; \\ \tilde{u} \frac{\partial \tilde{w}}{\partial \tilde{x}} + v \frac{\partial \tilde{w}}{\partial y} = v \frac{\partial^2 \tilde{w}}{\partial y^2}; \\ \frac{\partial(r\tilde{u})}{\partial \tilde{x}} + \frac{\partial(rv)}{\partial y} = 0. \end{cases}$$

Данную систему трех дифференциальных уравнений можно разделить на систему двух уравнений относительно функций  $\tilde{u}(\tilde{x}, y)$  и  $v(\tilde{x}, y)$ :

$$\begin{cases} \tilde{u} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \tilde{x}} + v \frac{\partial \tilde{u}}{\partial y} = U \frac{dU}{d\tilde{x}} + v \frac{\partial^2 \tilde{u}}{\partial y^2}; \\ \frac{\partial(r\tilde{u})}{\partial \tilde{x}} + \frac{\partial(rv)}{\partial y} = 0, \end{cases} \quad (5)$$

а также дифференциальное уравнение относительно функции  $\tilde{w}(\tilde{x}, y)$ :

$$\tilde{u} \frac{\partial \tilde{w}}{\partial \tilde{x}} + v \frac{\partial \tilde{w}}{\partial y} = v \frac{\partial^2 \tilde{w}}{\partial y^2}. \quad (6)$$

Границные условия (4) остаются прежними.

Решив систему уравнений (5), находим скорость  $\tilde{w}(\tilde{x}, y)$  из линейного относительно  $\tilde{w}$  уравнения (6).

Анализ показал, что уравнения (5) по форме полностью совпадают с уравнениями плоского пограничного слоя

$$\begin{cases} \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{x}} + v \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{y}} = U \frac{dU}{d\bar{x}} + v \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \bar{y}^2}; \\ \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{x}} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{y}} = 0, \end{cases}$$

если выполнить замену переменных

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \int_0^{\tilde{x}} \frac{r^2(\xi)}{r_0^2} d\xi; & \bar{y} &= \frac{r(\tilde{x})}{r_0} y; \\ \bar{u} &= \tilde{u}, \bar{v} &= \frac{r_0}{r(\tilde{x})} \left( v + \frac{r'(\tilde{x})}{r(\tilde{x})} y \tilde{u} \right), \end{aligned} \quad (7)$$

где  $r(\tilde{x})$  – функция, задающая форму осесимметричной поверхности;  $r_0 = \text{const}$  – фиксированный линейный размер.

Таким образом, расчет пограничного слоя на осесимметричных поверхностях сводится к определению преобразованного к новым координатам распределения  $U(\bar{x})$  скорости на внешней границе пограничного слоя и последующему расчету плоского пограничного слоя.

Если для расчета плоского пограничного слоя воспользоваться однопараметрическим методом Коши-Лойцянского [5], основанным на интегральном со-

отношении Кармана, то указанные преобразования выражений (7) приводят к изменению формулы для расчета формпараметра к виду

$$f = \frac{aU(\tilde{x})}{U^b(\tilde{x})r^2(\tilde{x})} \int_0^{\tilde{x}} U^{b-1}(\xi)r^2(\xi)d\xi.$$

Полученные в результате расчета плоского пограничного слоя толщины вытеснения  $\delta^*$  и потери импульса  $\delta^{**}$  пересчитываются на пространственный случай по формулам

$$\delta^*(\tilde{x}) = \frac{r_0 \bar{\delta}^*(\tilde{x})}{r(\tilde{x})}; \quad \delta^{**}(\tilde{x}) = \frac{r_0 \bar{\delta}^{**}(\tilde{x})}{r(\tilde{x})}.$$

#### Расчет потерь напора

Основная задача настоящей работы – расчет потерь в проточной части за счет вязкого трения потока по ограничивающим осесимметричным поверхностям (основной и покрывной диски).

В монографии [5] приведена формула расчета потерь полного давления  $p'$  в прямой решетке профилей

$$p' = \rho v_{2\infty}^2 \frac{d_2^{**}}{t \cos \beta_{2\infty}}, \quad (8)$$

где  $v_{2\infty}$  – скорость на бесконечности за решеткой;  $t$  – шаг решетки;  $\beta_{2\infty}$  – угол между вектором  $\vec{v}_{2\infty}$  и перпендикуляром к фронту решетки.

Для случая течения жидкости между двумя осесимметричными поверхностями формулу можно переписать в виде

$$p' = \rho_2 c_2^2 \frac{S^{**}}{S_0}, \quad (9)$$

где  $p'$  – потери полного давления за счет трения потока на ограничивающих осесимметричных поверхностях;  $S_0$  – площадь поперечного сечения между ограничивающими поверхностями;  $S^{**}$  – площадь сечения, «занятая» толщиной потери импульса пограничного слоя;  $\rho_2$  – плотность на выходе из турбомашины;  $c_2$  – абсолютная скорость на выходе из турбомашины.

Потери напора  $\Delta h_{tp}$  связаны с потерями полного давления  $p'$  формулой

$$\Delta h_{tp} = p'/\rho_2, \quad (10)$$

откуда с учетом формулы (9) получим

$$\Delta h_{tp} = c_2^2 \frac{S^{**}}{S_0}. \quad (11)$$

Для нахождения коэффициента полезного действия следует воспользоваться формулой

$$\eta = \frac{h_{\phi}}{h}, \quad (12)$$

где  $h = \omega(r_2 c_{u2} - r_1 c_{u1})$  – теоретический напор;  $h_{\phi} = h - \Delta h_{tp}$  – эффективный напор.

#### Результаты расчета двухступенчатой проточной части

На основании изложенного были разработаны методика и алгоритм расчета пограничного слоя на ограничивающих осесимметричных поверхностях.

Для проверки возможностей программы был проведен расчет двухступенчатой проточной части СПЧ 16/45-1.8, состоящей из следующих участков:

- участок №1 – входной безлопаточный участок;
- участок №2 – рабочее колесо №1;
- участок №3 – безлопаточный диффузор №1 и поворотный канал;
- участок №4 – обратный направляющий аппарат (ОНА);
- участок №5 – входной безлопаточный участок для рабочего колеса №2;
- участок №6 – рабочее колесо №2;
- участок №7 – безлопаточный диффузор №2 и поворотный канал.

На рис. 2, а показаны формы лопаток рабочих колес (лопатки одинаковые) и ОНА, на рис. 2, б – г – форма проточной части, рассчитанные поверхности тока для трех различных значений коэффициента расхода  $\phi_0$ , а также распределение толщины вытеснения по ограничивающим поверхностям (изображено областями, сужающими проточную часть).

Наиболее наглядно эти области видны в поворотных каналах после безлопаточных диффузоров и на выходе из ОНА. При этом светлые участки соответствуют безотрывному пограничному слою, темные – областям отрыва.

Представленные результаты наглядно показывают изменение характера развития пограничного слоя с изменением  $\phi_0$ . В частности, видно следующее:

- при малых значениях  $\phi_0$  (см. рис. 2, б) в проточной части заметно возникновение нескольких областей отрыва: на покрывном диске входных безлопаточных участках перед входом в рабочие колеса;
- на основном диске при выходе из обратного направляющего аппарата;
- на покрывном диске в первой половине второго рабочего колеса.
- при расчетном значении  $\phi_0$  (см. рис. 2, в) области отрыва практически отсутствуют;
- при дальнейшем росте  $\phi_0$  (см. рис. 2, г) появляются значительные области отрыва на основном диске в поворотных каналах.



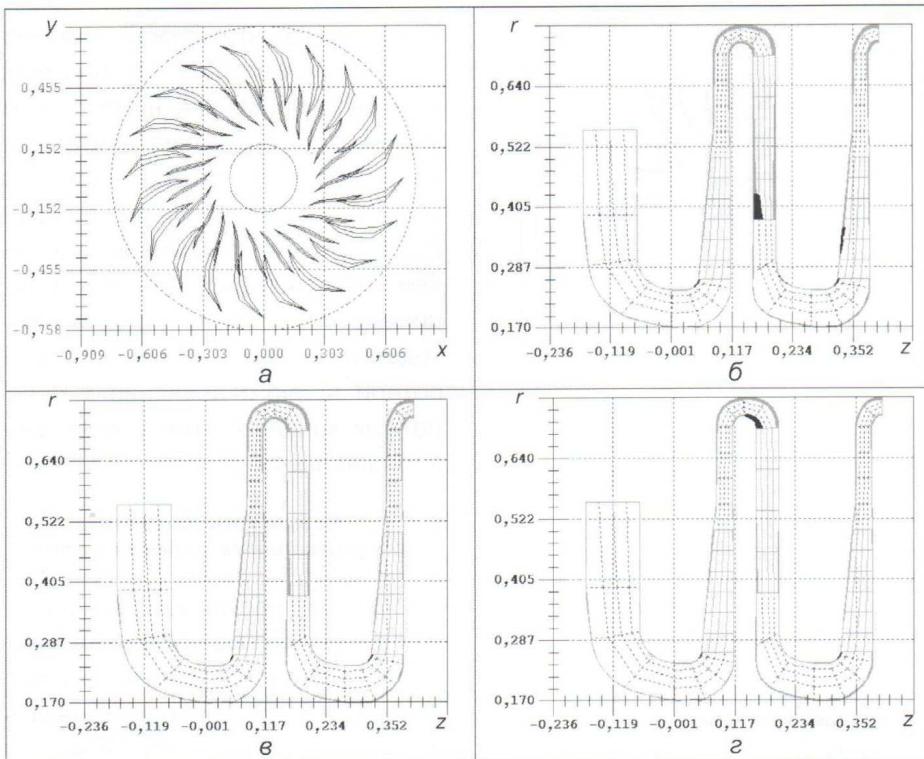


Рис. 2. Двухступенчатая проточная часть:  
а – форма лопаток рабочих колес и ОНА; б – г – форма проточной части при  $\phi_0$  соответственно 0,054; 0,067 и 0,100

#### Результаты расчета течения в проточной части с различными безлопаточными диффузорами и поворотными каналами

При изучении течения в проточной части, состоящей из цилиндрического входного участка, рабочего колеса, безлопаточного диффузора и поворотного канала, было исследовано четыре различных варианта, отличающихся шириной диффузора и формой поворотного канала.

Для всех рассмотренных случаев расчет проводили при одинаковых значениях коэффициента расхода  $\phi_0 = 0,0242$  и числа Maxa  $M_{u2} = 0,834$ . Результаты расчета приведены на рис. 3. Анализ показал, что изменение формы диффузора практически не оказывается на картине течения и параметрах пограничного слоя во входном цилиндрическом участке. В рабочем колесе влияние различных по форме диффузоров оказывается в основном на выходе из колеса. Однако общий характер течения и раз-

вития пограничного слоя достаточно близок. Проследить его можно на рис. 3, б, где показана толщина потери импульса пограничного слоя (светлые области соответствуют беззотрывному, а темные – отрывному пограничному слою). Видно, что пограничный слой возрастает к средней части рабочего колеса. При этом на покрытом диске образуется протяженная область отрыва. После присоединения пограничного слоя его толщина постепенно убывает. На основном диске также заметна зона отрыва, но значительно меньших размеров.

Изменение параметров пограничного слоя в поворотном канале за диффузором существенно зависит от ширины диффузора и формы поворотного канала. С увеличением ширины проточной части диффузора толщина потери импульса на выходе из поворотного

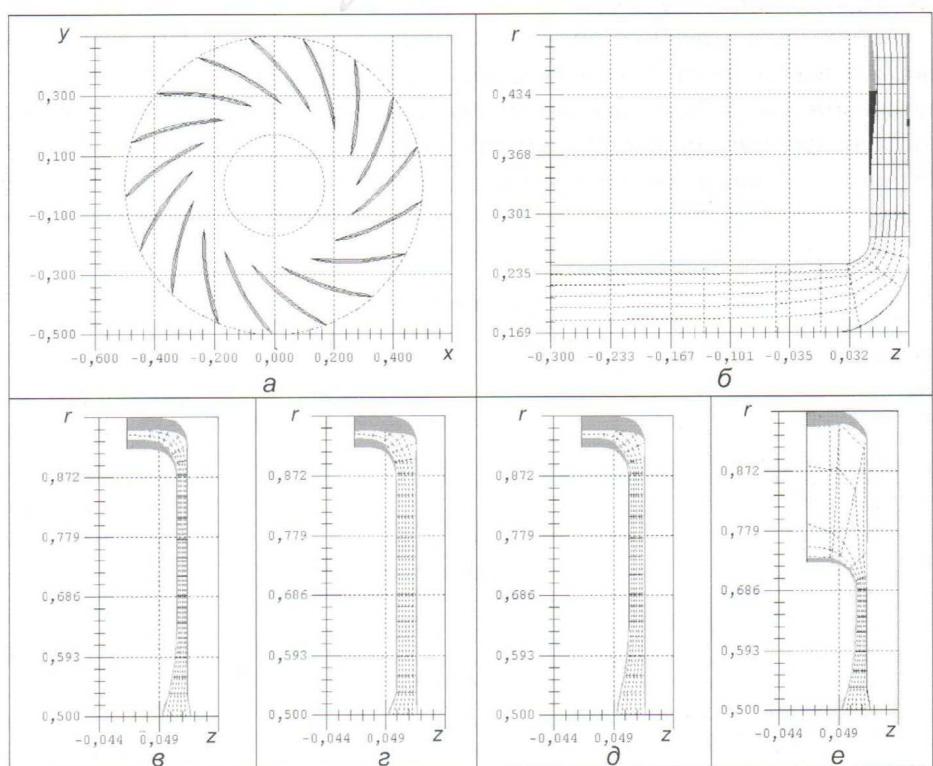


Рис. 3. Результаты расчета течения в проточной части с различными безлопаточными диффузорами и поворотными каналами:  
а – форма лопаток рабочего колеса; б – поверхности тока и пограничный слой во входном участке и в рабочем колесе; в – е – поверхности тока и пограничный слой в различных вариантах диффузора и поворотного канала

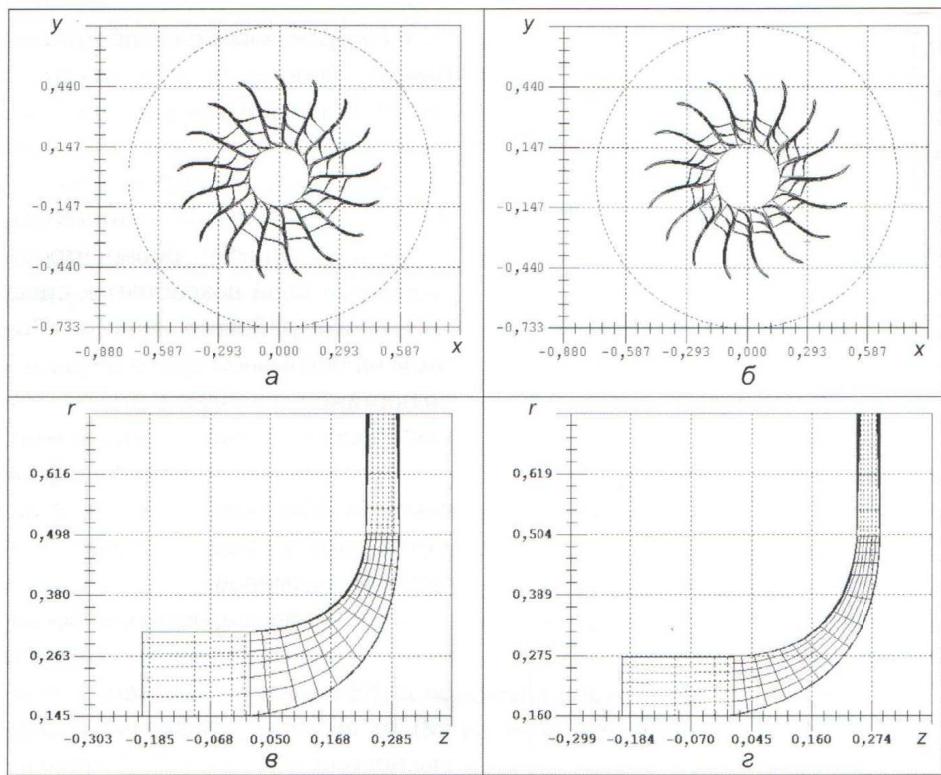


Рис. 4. Форма лопаток осерадиальных рабочих колес (а, б) и проточных частей (в, г): а, в – вариант №1; б, г – вариант №2

канала растут. Это отличие в примерах, показанных на рис. 3, в, д, превышает 20%.

Из рис. 3, в – д также видно, что выбранная в них ширина поворотного канала соизмерима с толщиной потери импульса. Этот факт свидетельствует о том, что согласно формуле (9) следует ожидать больших потерь полного давления в поворотном канале. В связи с этим

более предпочтительной является форма диффузора и поворотного канала, приведенная на рис. 3, е. Видно, что вследствие достаточно узкого диффузора толщина потери импульса значительно меньше (особенно на покрывном диске), чем в предыдущих примерах, и занимает незначительную часть выходного сечения. Следовательно, потери полного давления в поворотном канале в этом случае значительно ниже.

#### Результаты расчета осерадиальных рабочих колес

При выполнении следующей серии расчетов была проверена работоспособность программы для различающихся по ширине канала и форме лопаток осерадиальных рабочих колес. На рис. 4, а, б показаны формы лопаток рабочих колес двух вариантов, на рис. 4, в, г – формы

проточных частей и осесимметричных поверхностей тока, построенных на расчетных режимах ( $\phi_0 = 0,1068$  для варианта №1 и  $\phi_0 = 0,0684$  для варианта №2).

Из рис. 4, в, г видно, что пограничный слой, образующийся на ограничивающих поверхностях, безотрывен и толщина его незначительна.

Анализ распределения приведенного полного давления  $p^*/p_0$  (рис. 5) вдоль проточной части (здесь  $p_0$  – полное давление на входе в проточную часть,  $p^*$  – текущее полное давление) показывает, что основные потери происходят не в рабочем колесе, а в безлопаточном диффузоре. Этот факт, по-видимому, связан с резким снижением приведенной скорости и, как следствие, с большой толщиной вытеснения пограничного слоя.

Полученные в результате расчета течений при различных значениях коэффициента расхода  $\phi_0$  зависимости приведены на рис. 6, 7. Сравнение полученных результатов позволяет сделать вывод о меньших потерях и больших значениях коэффициента полезного действия ступени варианта №1 по сравнению со ступенью варианта №2.

В заключение отметим, что в результате выполненных исследований получен новый инструмент для проведения многовариантных расчетов при проектировании турбомашин. Несмотря на ряд упрощающих предположений, можно рассчитывать течение в проточных частях турбомашин с учетом потерь на ограничивающих поверхностях. Кроме того, составленная

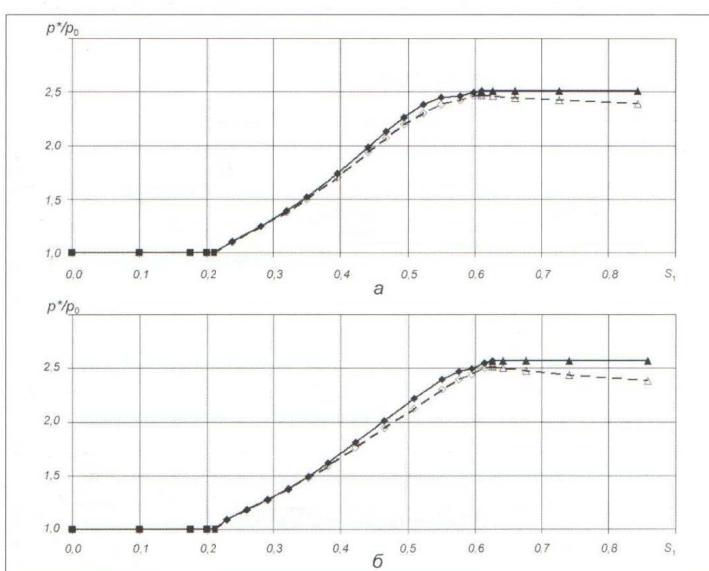


Рис. 5. Распределение полного давления вдоль проточной части:

- а – вариант №1; б – вариант №2;
- – без учета вязкости; - - - с учетом вязкости;
- – входной участок; ♦ – рабочее колесо;
- ▲ – безлопаточный диффузор



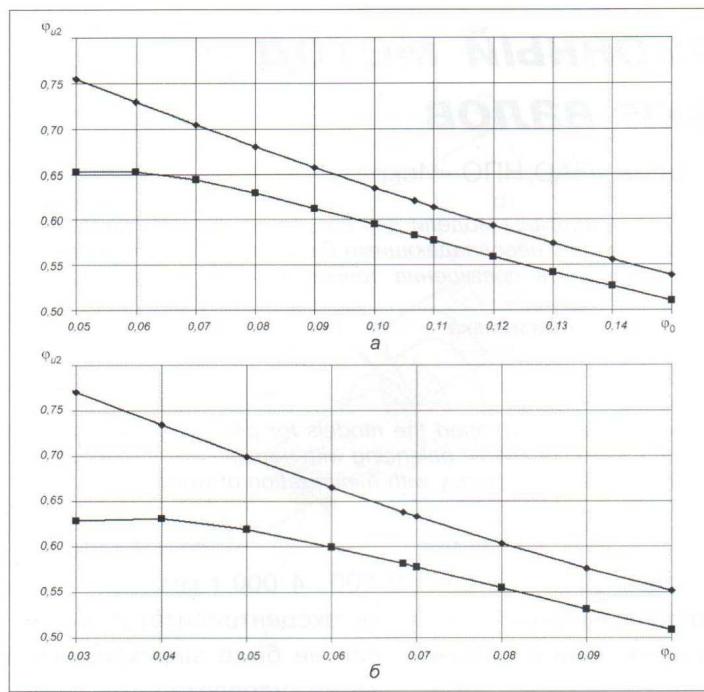


Рис. 6. Зависимости коэффициентов напора  $\Phi_{u2}$  от коэффициента расхода  $\varphi_0$ :  
а – вариант №1; б – вариант №2;  
◆ – теоретический; ■ – эффективный

программа позволяет получать качественную картину распределения пограничного слоя и зон его отрыва в проточной части турбомашины и рассчитывать интегральные характеристики. Проведение многовариантных расчетов дает возможность в конечном итоге строить характеристики турбомашины, в частности, находить зависимость коэффициента напора или коэффициента полезного действия от коэффициента расхода.

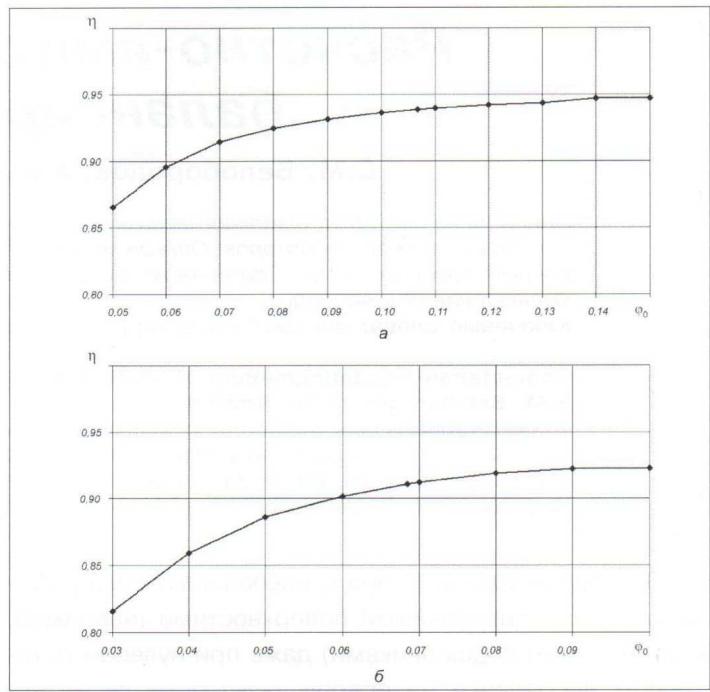


Рис. 7. Зависимости коэффициента полезного действия  $\eta$  от коэффициента расхода  $\varphi_0$ :  
а – вариант №1; б – вариант №2

#### Список литературы

- Степанов Г.Ю. Гидродинамика решеток турбомашин. М.: Физматлит, 1962.
- Этингерг И.Э., Раухман Б.С. Гидродинамика гидравлических турбин. Л.: Машиностроение, 1978.
- Поташев А.В., Поташева Е.В. Разработка методики и программы расчета осредненного осесимметричного потока с учетом переменности стеснения потока // Компрессорная техника и пневматика. 2005. №2.
- Поташев А.В., Поташева Е.В. Методики аэродинамического расчета и проектирования рабочих элементов турбомашин//Труды XIV межд. науч.-техн. конф. по компрессорной технике. Т. I. Казань: Изд-во «Слово», 2007.
- Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. М.: Наука, 1987.

### Х научно-технический семинар «БЕЗОПАСНОСТЬ ЭКСПЛУАТАЦИИ КОМПРЕССОРНОГО И НАСОСНОГО ОБОРУДОВАНИЯ, ЭНЕРГОСБЕРЕЖЕНИЕ» 7 – 10 сентября 2010 года, г. Одесса, Украина

Организатор семинара  
«ТРИЗ» ЛТД ООО, г. Сумы



при участии

Одесского Припортового завода, г. Южный



#### Тематика семинара:

- современные технологии, комплектующие, материалы и вспомогательные системы для повышения надежности компрессорного и насосного оборудования;
  - диагностика, мониторинг, определение остаточного ресурса;
  - энерго- и ресурсосберегающие технологии;
  - модернизация оборудования с целью повышения производительности и экономичности;
  - усовершенствование системы обслуживания и управления ремонтами;
  - деловое общение.
- На семинаре по традиции приглашаются ведущие специалисты технических служб предприятий химической, газовой и нефтехимической промышленности.
- Для предприятий-поставщиков имеется возможность организации выставок и презентаций.

**Место проведения семинара:** оздоровительный комплекс «Чабан-ка», пгт. Черноморское, Коминтерновский район, Одесская обл., Украина.

**Информационные спонсоры:** журнал «Химическая техника» (Москва); журнал «Компрессорная техника и пневматика» (Москва); журнал «Химическое и нефтегазовое машиностроение» (Москва); журнал «Мир техники и технологий» (г. Харьков).

**Стоимость участия в семинаре** – эквивалент \$300 за каждого участника.

**Оргкомитет семинара:** «ТРИЗ» ЛТД ООО, Украина, 40020 г. Сумы, ул. Машиностроителей, 1.

**Тел.:** (0542) 700-076, 700-075, **факс:** (0542) 786-801, 700-075, e-mail: economist@triz.sumy.ua, marketing@triz.sumy.ua, triz@triz.sumy.ua

Приглашаем главных механиков и представителей технических служб, а также заинтересованные компании и фирмы к участию в семинаре.

